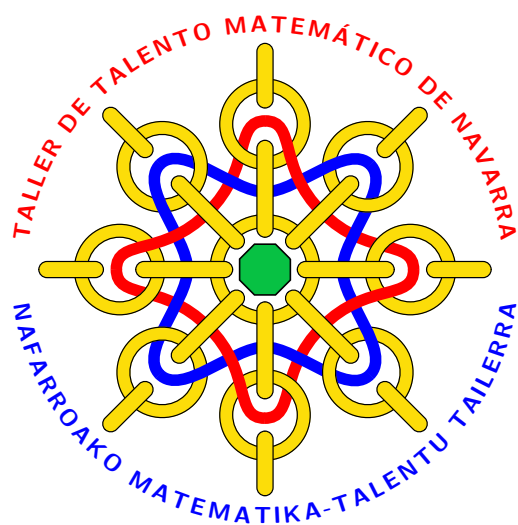


El tablero matemático

Iker Irañeta

7 de noviembre de 2025



1. El hexapeón

El juego del hexapeón se disputa sobre un tablero de 3×3 . Hay dos bandos, blanco y negro, que mueven alternativamente. Cada bando inicia la partida con tres peones situados tal como indica el diagrama 1.

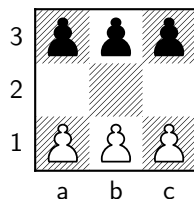


Diagrama 1

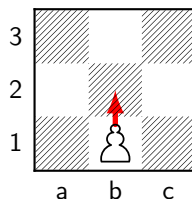


Diagrama 2

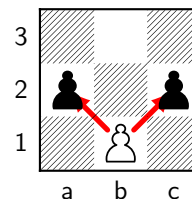


Diagrama 3

El movimiento de estos peones es igual que el de los peones del ajedrez salvo por el hecho de que no pueden avanzar dos casillas en su primera jugada. Tampoco pueden comer *al paso*.

El peón puede ser movido hacia adelante a la casilla inmediatamente delante suyo en la misma columna, siempre que dicha casilla esté desocupada, tal y como muestra el diagrama 2.

El peón puede ser movido a una casilla ocupada por una pieza del adversario que esté en diagonal delante de él, sobre una columna adyacente, capturando dicha pieza, tal y como muestra el diagrama 3

Para ganar, hay que conseguir una de estas dos cosas:

1. Avanzar un peón propio hasta la última fila del tablero.
2. Dejar al rival sin jugadas en su turno. Esto se puede conseguir capturando todas sus piezas o bloqueando las piezas que tenga sobre el tablero.

2. Estrategia ganadora

Tras analizar el juego del hexapeón, podemos intentar descubrir si hay (o no) estrategias ganadoras para otros juegos. Nos vamos a centrar en el ajedrez.

Si intentamos dibujar un diagrama de árbol con todas las jugadas posibles de una partida de ajedrez, nos daremos cuenta de que es una tarea inviable.

El número de movimientos distintos que pueden hacer las blancas en la primera jugada es 20. Como a cada uno de esos movimientos las negras pueden responder de 20 formas distintas, tenemos $20 \times 20 = 400$ partidas posibles distintas que duren una jugada completa (una del blanco y una del negro).

Si profundizamos una jugada más, encontraremos 72.084 partidas distintas de dos jugadas completas. Esta cifra no se precisó hasta mediados de los años

cuarenta, lo que da idea de la dificultad de este tipo de cálculos.

Dada la dificultad de calcular el número de partidas distintas que se pueden jugar, se han hecho estimaciones que nos pueden dar una idea de la inmensidad de ese número.

La estimación más aceptada se basa en un banco millones de partidas jugadas por jugadores de todos los niveles desde el siglo XV hasta la actualidad. Resulta que estas partidas tienen una duración media de 40 jugadas (80 medias jugadas) y que, en cada posición, el número medio de jugadas posibles que puede hacer el jugador que tiene el turno de juego es 35. Así, se puede estimar el número de partidas posibles en $35^{80} \approx 10^{123}$. Una cifra enorme, más si tenemos en cuenta que se ha estimado el número de átomos del universo conocido en 10^{80} .

Hoy en día disponemos de ordenadores capaces de hacer millones de cálculos por segundo. Podemos intentar resolver el ajedrez valiéndonos de uno.

Hagamos una cuenta sencilla: Los ordenadores más potentes que hay en la actualidad son capaces de hacer del orden de 10^{15} cálculos por segundo. Eso significa que un ordenador de estas características necesitaría unos 10^{108} segundos para poder analizar todas las partidas posibles. Teniendo en cuenta que un año tiene algo menos de $3,2 \cdot 10^7$ segundos, ese ordenador tardaría más de 10^{100} años en resolver el juego.

3. Los caminos del rey

El rey puede moverse a cualquier casilla adyacente a la que se encuentra.

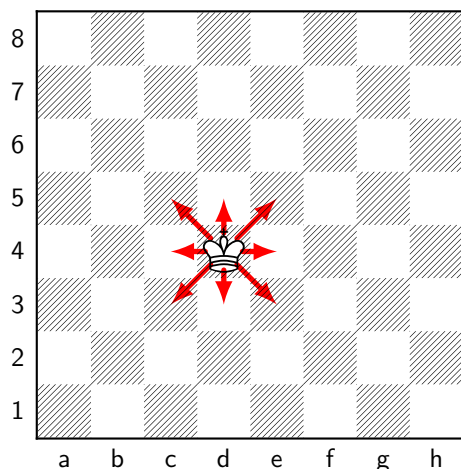


Diagrama 4

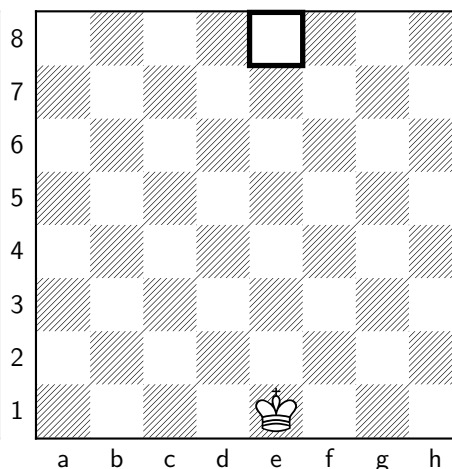


Diagrama 5

Coloquemos un rey en la casilla e1 (ver diagrama 5). Necesita 7 movimientos para llegar a e8. ¿Cuántas maneras distintas hay para llegar a e8 siguiendo el camino más corto?

4. Reyes solos

Según las leyes de la Federación Internacional de Ajedrez (FIDE), **un rey no puede atacar a otro en ningún caso**. Imaginemos que hemos jugado una partida de ajedrez que ha acabado con los dos reyes solos sobre el tablero. En el diagrama 6 se puede ver una posible disposición de los reyes. ¿De cuántas maneras distintas pueden estar colocados?

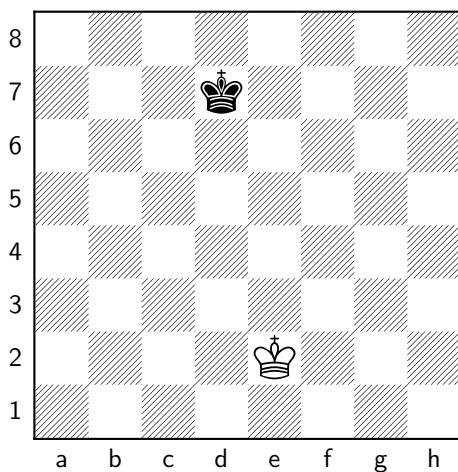


Diagrama 6

5. El problema de Guarini

Ahora vamos con el caballo. Según la FIDE, *El caballo puede ser movido a una de las casillas más próximas a la que se encuentra, sin ser de la misma fila, columna o diagonal*, como se puede ver en el diagrama 7.

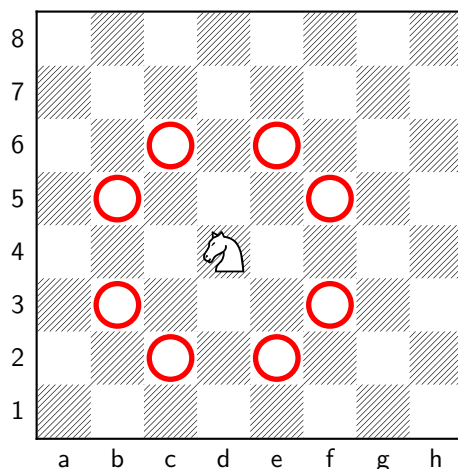


Diagrama 7

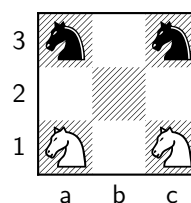


Diagrama 8

Uno de los más antiguos problemas combinatorios basados en el ajedrez que se conocen fue compuesto por el italiano Guarini di Forlì en 1512. En el tablero 3×3 del diagrama 8, hay que intercambiar las posiciones de los caballos blancos y negros. ¿Eres capaz de hacerlo en el número mínimo de jugadas?

6. Recorridos del caballo

El problema más famoso relacionado con el caballo es el de hallar el recorrido completo del tablero sin pasar dos veces por la misma casilla. Matemáticos tan ilustres como Euler dedicaron grandes esfuerzos a resolver este problema. En investigaciones recientes se han encontrado ¡19.591.828.170.979.904! soluciones distintas a este problema. ¿Te atreves a buscar una?

7. Las 8 damas

La dama es la pieza que más movilidad tiene. Puede ser movida a cualquier casilla a lo largo de la fila, columna o diagonal en las que se encuentra.

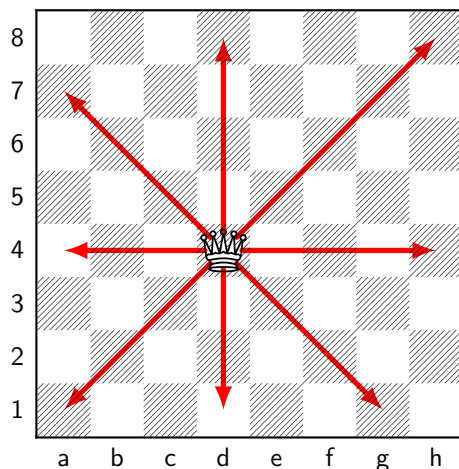


Diagrama 9

El problema que planteamos ahora es, junto con el de los recorridos del caballo, uno de los más famosos. Dice así: **Situar ocho damas sobre un tablero de forma que ninguna de ellas ataque a otra.**

Se puede generalizar el problema para colocar N damas en un tablero $N \times N$. En 1972, Dijkstra presentó un algoritmo para hallar todas las soluciones de este problema.

En el caso del tablero 8×8 , hay 12 soluciones esencialmente distintas. Si jugamos con giros y simetrías, se pueden hallar hasta 92.

8. Las 5 damas

Presentamos ahora otros dos problemas relacionados con la dama. Uno de ellos es mucho más fácil de resolver que el otro.

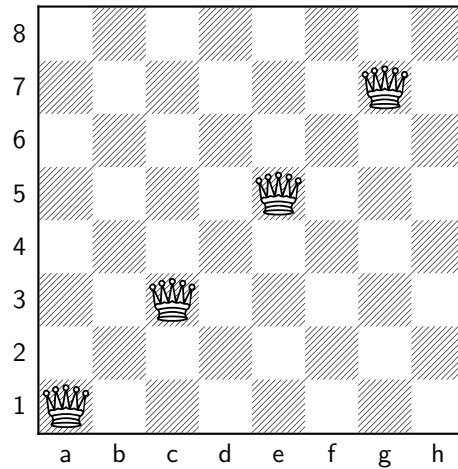


Diagrama 10

1. Hemos colocado 4 damas sobre el tablero, tal y como se muestra en el diagrama 10. La pregunta es: ¿En qué casilla habría que colocar una quinta dama para que resulten *dominados* todos los cuadros del tablero?
2. Colocar 5 damas sobre el tablero que, sin atacarse entre ellas, dominen el resto de casillas.

Para saber más

Para la preparación de este taller se han consultado los siguientes libros. En ellos puedes encontrar más información y decenas de problemas.

1. IAGAR, RAZVAN (2017): *Matemáticas y ajedrez*, Editorial Catarata.
2. FRABETTI, CARLO (1995): *El tablero mágico*, Editorial Gedisa.
3. PETKOVIC, MIODRAG (1997): *Mathematics and chess*, Dover books.

Diagramas en blanco

